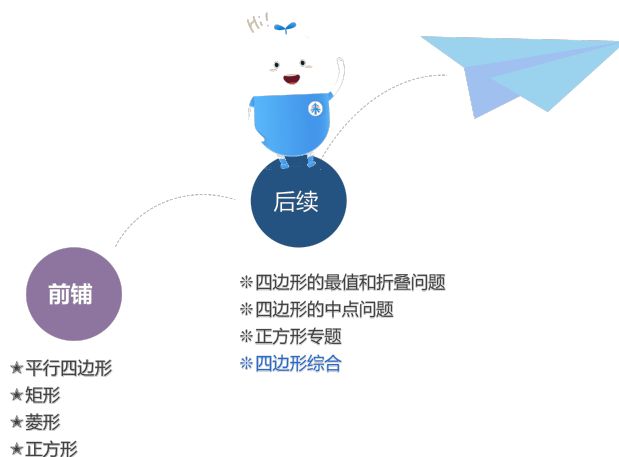
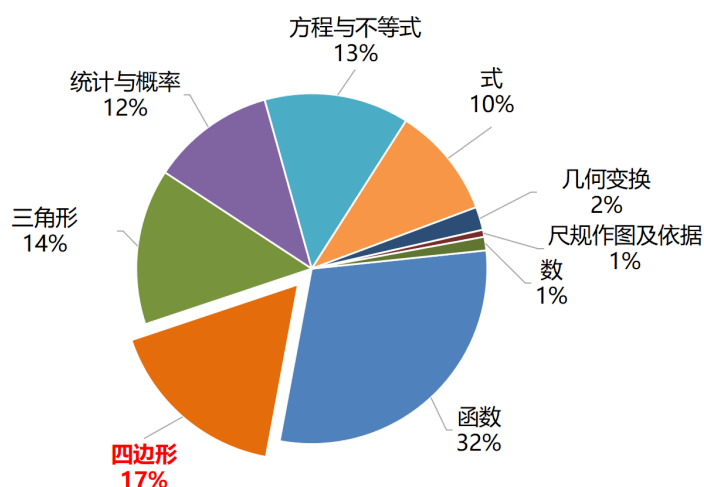


第1讲 四边形存在性问题

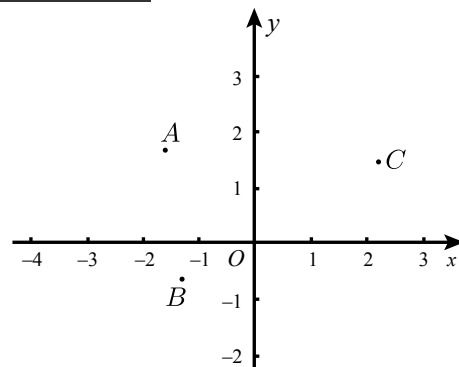
平行四边形属于人教版第十八章的内容，是期中、期末考试的重要知识点，主要考察平行四边形的性质和判定，故这部分我们分为《平行四边形》、《四边形的最值和折叠问题》、《四边形的中点问题》、《正方形专题》、《四边形综合》五个模块。本模块为《四边形综合》，旨在帮助学生学会利用四边形的性质及以往知识解决综合性问题。

本模块难度较大，适用于四边形综合的专项提升，本模块分为四边形存在性问题、四边形中的动点问题2讲内容，帮助学生梳理综合题的解题思路，学会将所学知识进行综合运用。



一、已知三点求第四点坐标

在平面直角坐标系中，平行四边形的顶点 A 、 B 、 C 的坐标分别是 (x_a, y_a) ， (x_b, y_b) ， (x_c, y_c) ，则第四个点 D 的坐标为_____。

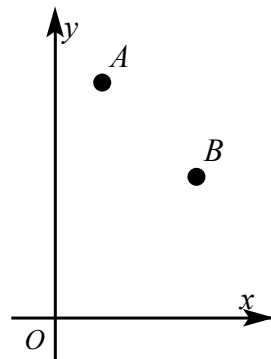


|| 例题1

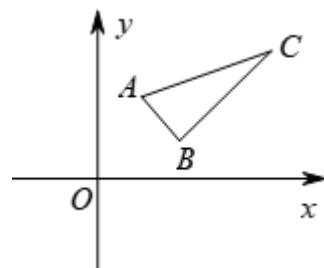
1. 在平面直角坐标系中，平行四边形的顶点 A 、 B 、 C 的坐标分别是 $(0, 0)$ ， $(5, 0)$ ， $(2, 3)$ ，则第四个顶点 D 的坐标是_____。

|| 练习1

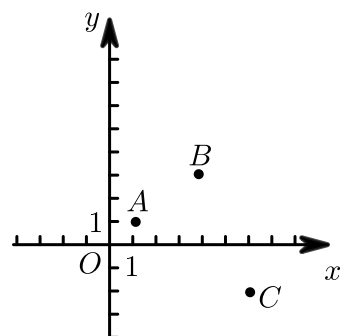
2. 如图：在平面直角坐标系中， A 、 B 两点的坐标分别为 $(1, 5)$ 、 $(3, 3)$ ， M 、 N 分别是 x 轴、 y 轴上的点。如果以点 A 、 B 、 M 、 N 为顶点的四边形是平行四边形，则 M 的坐标为_____。



3. 在平面直角坐标系 xOy 中，点 $A(1, 2)$ ， $B(2, 1)$ ， $C(4, 3)$ ，在平面直角坐标系内找一点 D ，使以 A ， B ， C ， D 四点构成一个平行四边形，写出点 D 的坐标。



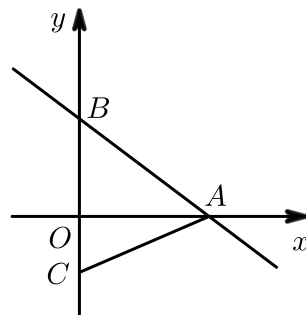
4. 已知 $A(1,1)$ ， $B(4,3)$ ， $C(6,-2)$ ，在平面直角坐标找一点 D ，使以 A 、 B 、 C 、 D 四点的四边形为平行四边形，则 D 点的坐标是 _____ 。



二、与平面直角坐标系综合

例题2

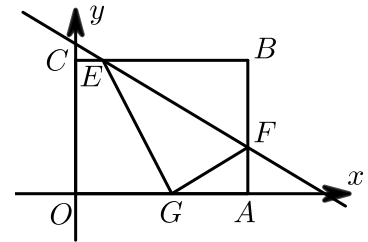
5. 如图所示，直线 $y = -\frac{3}{4}x + 3$ 与 x 轴、 y 轴交于 A 、 B 两点，点 C 是 y 轴负半轴上一点， $BA = BC$ 。



- (1) 求 $\triangle ABC$ 的面积和点 C 的坐标。
- (2) 在平面内是否存在点 P ，使以 P 、 A 、 B 、 C 为顶点的四边形为平行四边形？若存在，请直接写出所有的点 P 的坐标；若不存在，请说明理由。

练习2

6. 如图，四边形 $OABC$ 为矩形， A 点在 x 轴上， C 点在 y 轴上，顶点 B 的坐标为 $(8, 6)$ ，一次函数 $y = kx + b$ 的图象与 BC 、 AB 分别交于点 E 、 F ，将矩形一角沿着直线 EF 折叠，点 B 落在 G 点。如图，若点 G 在 OA 上，且 $AF = 2$ 。



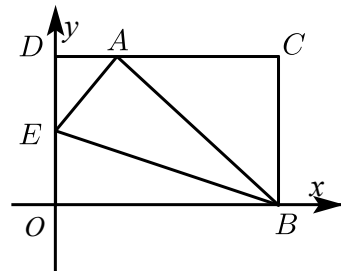
- (1) 求点 G 和点 E 的坐标。
- (2) 若点 M 在 y 轴上，在直线 EF 上是否存在点 N ，使以 M 、 N 、 F 、 G 为顶点的四边形是平行四边形？若存在，求 N 点的坐标；若不存在，请说明理由。

例题3

7. 问题情境：

平面直角坐标系中，矩形纸片 $OBCD$ 按如图的方式放置．已知 $OB = 10$ ， $BC = 6$ ，将这张纸片沿过点 B 的直线折叠，使点 O 落在边 CD 上，记作点 A ，折痕与边 OD 交于点 E ．

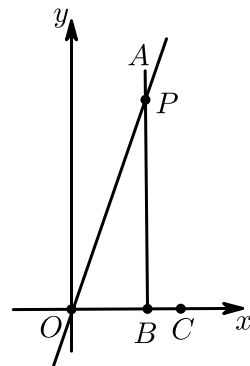
数学探究：



- (1) 点 C 的坐标为 _____ ．
- (2) 求点 E 的坐标及直线 BE 的函数关系式 ．
- (3) 若点 P 是 x 轴上的一点，直线 BE 上是否存在点 Q ，能使以 A, B, P, Q 为顶点的四边形是平行四边形？若存在，直接写出相应的点 Q 的坐标；若不存在，说明理由 ．

练习3

8. 已知，如图，平面直角坐标系 xOy 中，线段 $AB \parallel y$ 轴，点 B 在 x 轴正半轴上，点 A 在第一象限， $AB = 10$ ．点 P 是线段 AB 上的一动点，当点 P 在线段 AB 上从点 A 向点 B 开始运动时，点 B 同时在 x 轴上从点 $C(4, 0)$ 向点 O 运动，点 P 、点 B 运动的速度都是每秒1个单位，设运动的时间为 $t(0 < t < 4)$ ．

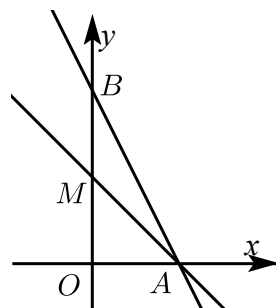


- (1) 用含有 t 的式子表示点 P 的坐标．
- (2) 当点 P 恰好在直线 $y = 3x$ 上时，求线段 AP 的长．
- (3) 求点 P 运动路径的函数解析式，并写出自变量的取值范围．
- (4) 在(2)的条件下，直角坐标平面内是否存在点 D ，使以 O 、 P 、 A 、 D 为顶点的四边形是平行四边形．如果存在，请直接写出点 D 的坐标．如果不存在，请说明理由．

特殊四边形存在性

例题4

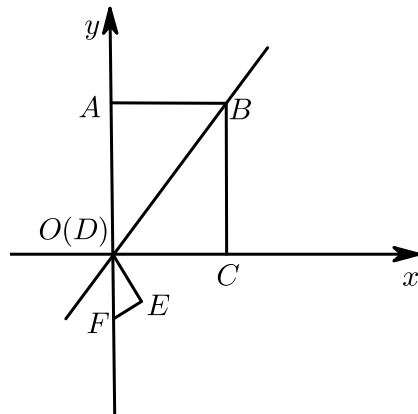
9. 如图，在平面直角坐标系中，函数 $y = -2x + 12$ 的图象分别交 x 轴、 y 轴于 A 、 B 两点，过点 A 的直线交 y 正半轴于点 M ，且点 M 为线段 OB 的中点。



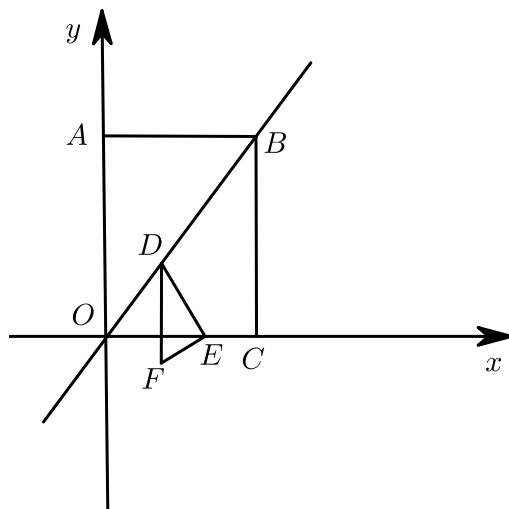
- (1) 求直线 AM 的函数解析式。
- (2) 试在直线 AM 上找一点 P ，使得 $S_{\triangle ABP} = S_{\triangle AOM}$ ，请直接写出点 P 的坐标。
- (3) 点 C 在直线 AM 上，在坐标平面内是否存在点 D ，使以 A 、 O 、 C 、 D 为顶点的四边形是正方形？若存在，请直接写出点 D 的坐标；若不存在，请说明理由。

练习4

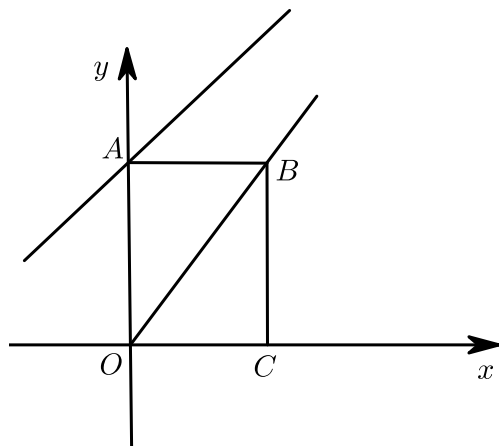
10. 已知，如图，在矩形 $OABC$ 中， $OA = 12$ ， $OC = 9$ ，以 O 为坐标原点， OC 所在直线为 x 轴，建立平面直角坐标系. $\text{Rt}\triangle DEF$ 中，点 D 与点 O 重合， $\angle DEF = 90^\circ$ ， $DF = \frac{25}{4}$ ， $DE = 5$ ， $\angle AOB = \angle FOE$.



- (1) 直线 OB 的解析式为 _____；上图中点 E 的坐标是 _____.
- (2) 如图，若将 $\triangle DEF$ 沿着射线 OB 方向平移，设平移的距离为 k ，当点 E 恰好平移到线段 OC 上时，直接写出平移到距离 $k =$ _____.

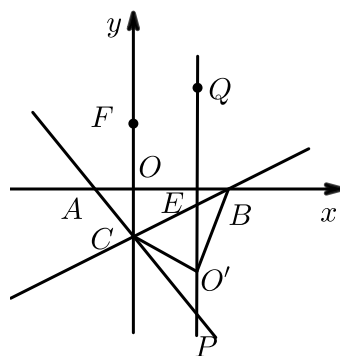


- (3) 在 (2) 问情况下，即当点 E 平移到线段 OC 上时，是否存在直线 OB 上的点 M 和线段 BC 上的点 N ，使以 D, E, M, N 为顶点的四边形是平行四边形？若存在，求出点 M 的坐标，若不存在，说明理由.
- (4) 如图，直线 $AK: y = x + b$ 经过点 A ，如果点 P 在 y 轴上，且位于点 A 的下方，点 G 在直线 AK 上，是否存在射线 OB 上点 Q ，使得以 A, P, Q, G 为顶点的四边形是菱形？若存在，请求出点 Q 的横坐标；若不存在，请简要说明理由.



独步天下

11. 如图，已知直线 $l_{AC} : y = -\sqrt{3}x - 2\sqrt{3}$ 与 x 轴， y 轴的交点分别为点 A ， C ，直线 $BC \perp AC$ 交 x 于点 B 。



- (1) 求点 B 的坐标及直线 BC 的解析式。
- (2) 将 $\triangle OBC$ 沿 BC 边翻折，得到 $\triangle O'BC$ ，过点 O' 作直线 $O'E$ 垂直 x 轴于点 E ， F 是 y 轴上一点， P 是直线 $O'E$ 上任意一点， P ， Q 两点关于 x 轴对称，当 $|PA - PC|$ 最大时，求点 P 的坐标；并求 $QF + \frac{1}{2}FC$ 的最小值。
- (3) 若 M 是直线 $O'E$ 上一点，且 $QM = 3\sqrt{3}$ ，在 (2) 的条件下，在平面直角坐标系中，是否存在点 N ，使得以 Q ， F ， M ， N 四点为顶点的四边形是平行四边形？若存在，请求出点 N 的坐标，若不存在，请说明理由。

